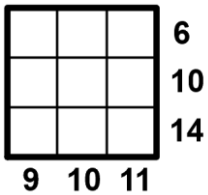
Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2019-20 учебный год.

7 класс

Время выполнения заданий — 240 минут ***Максимальный балл – 100***

В каждой из предложенных вам задач нужно ***написать правильный ответ*** *в бланке для ответов. Если вы хотите исправить свой ответ, следует перечеркнуть ранее написанный и рядом написать новый. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример.* ***Никаких решений задач писать не нужно! Вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов, условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором НЕ разрешается.*** *Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.*

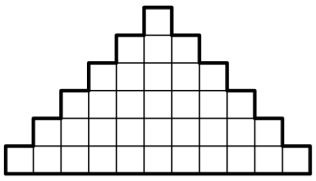
Задача 1. Расставьте в квадрате 3×3 числа (необязательно различные) так, чтобы суммы чисел по строкам равнялись 6, 10 и 14, а по столбцам — 9, 10 и 11, как показано на рисунке.



Задача 2. Вася пришел в магазин и купил себе наушники. Через неделю он зашел в магазин еще раз и увидел, что такие же наушники продаются со скидкой 50%. Поэтому он купил еще одни — про запас. Еще через неделю он снова зашел в этот магазин и увидел, что по сравнению с прошлым разом наушники подорожали на 18 рублей, но их цена все равно была привлекательной, поэтому он решил купить еще одни в подарок сестре. Всего за три прихода в магазин он потратил 1714 рублей. Сколько стоили наушники в первый раз?

Задача 3. У Алисы есть два контейнера. Первый был наполнен водой на 5/6 от своего объема, а второй — пустой. Она перелила всю воду во второй контейнер. После этого второй контейнер оказался наполнен на 3/4 своего объема. Чему равно отношение объемов первого и второго контейнеров?

Задача 4. Разрежьте фигуру на картинке по клеточкам на фигурки вида и так, чтобы присутствовали оба вида фигурок. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Задача 5. Машина Джона расходует галлон бензина на каждые 35 миль пути, а бензобак вмещает ровно 14 галлонов. Однажды Джон с полным баком бензина отправился в поездку. Проехав 350 миль, он купил еще 8 галлонов бензина и продолжил путь. Когда он доехал до места назначения, бензобак был наполовину пуст. Сколько миль проехал Джон в тот день?

Задача 6. Школьники Аня, Боря, Ваня, Галя, Даша и Женя встали в таком порядке по кругу и начали считаться. Сначала Аня говорит: «Один», потом Боря говорит: «Два» и так далее. Тот, кто называет число, содержащее семерку в записи (такое, как 47 или 74) или делящееся на семь, выбывает из круга и дальше счет продолжается без него. Кто останется последним?

Задача 7. В магазине продаются конфеты разных цветов. Конфеты каждого цвета стоят одинаково, и целое число рублей. У Дамира есть некоторая сумма денег, которой хватает ровно на то, чтобы купить 12 красных конфет, или ровно на то, чтобы купить 14 зеленых конфет, или ровно на то, чтобы купить 15 синих конфет, или ровно на то, чтобы купить N желтых конфет. Желтая конфета стоит 20 рублей. Какое наименьшее значение может принимать число N?

Задача 8. Найдите наибольшее семизначное число, в котором сумма любых трех подряд идущих цифр делится на 4.

Задача 9. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 2 1 1 1 2 0 1 9 знаки арифметических действий («+», «–», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 64. Можно использовать скобки.

Задача 10. Вычислите $\left(21\frac{1}{6}-(8{,}723:6\frac{1}{2}+1\frac{4}{5}\cdot 0{,}31)\right):\left(17-2\frac{1}{8}\cdot 5\frac{1}{3}\right)$.

Задача 11. Три гнома: Балин, Двалин и Фарин, разделили между собой добычу в 120 золотых монет. Фарин заметил, что если он отдаст половину своих монет Двалину, то у Двалина и Балина станет поровну монет, а если он отдаст половину своих монет Балину, то у Балина станет в пять раз больше монет, чем у Двалина. Сколько монет было у каждого из гномов?

Задача 12. У Миши есть много машинок, каждая из них — красная, желтая, зеленая или синяя. Треть машинок — синие, 30% машинок — красные. Четырнадцать машинок — зеленые. Какое наименьшее количество машинок могут быть желтыми?

Задача 13. Пол в квадратной комнате полностью покрыт одинаковыми квадратными плитками. На двух диагоналях в сумме 505 плиток. Сколько всего плиток на этом полу?

Задача 14. Сколько существует натуральных делителей числа 15^9, каждый из которых является либо точным квадратом, либо точным кубом (или и то, и другое)?

Задача 15. Придумайте и нарисуйте какую-нибудь клетчатую фигурку, у которой периметр в 7/6 раза больше, чем площадь. Площадь одной клетки равна 1. Длина стороны клетки равна 1.

Задача 16. Вася расставляет три знака умножения и три знака сложения (в каком-то порядке) в шесть пустых квадратиков между цифрами 7□1□5□3□4□2□6, а затем вычисляет получившееся выражение. Скобок в этом выражении нет! Какое наибольшее и какое наименьшее число он сможет получить?

Задача 17. На острове живут рыцари (всегда говорят только правду), лжецы (всегда лгут) и мошенники (говорят что угодно на свое усмотрение). Однажды встретились 6 жителей острова (но совершенно неизвестно, кто) и сделали каждый по заявлению: 1) «Лжецов среди нас больше половины». 2) «Рыцарей среди нас больше половины». 3) «Хитрецов среди нас больше половины». 4) «Лжецов среди нас больше третьей части». 5) «Рыцарей среди нас больше третьей части». 6) «Хитрецов среди нас больше третьей части». Сколько среди них могло оказаться рыцарей? Укажите все ответы.

Задача 18. В полдень из города в деревню выехал велосипедист. Одновременно с ним из деревни в город выехал мотоциклист. Через час велосипедист оказался вдвое ближе к мотоциклисту, чем к городу. Через некоторое время они встретились и каждый, не останавливаясь, продолжил движение. После этого, в 13 часов 12 минут мотоциклист оказался втрое ближе к велосипедисту, чем к городу. Во сколько велосипедист прибыл в деревню? Скорости мотоциклиста и велосипедиста постоянны.

Задача 19. Во дворе замка находится старый фонтан. Он связан механизмом со стрелочными часами на башне замка (часы показывают время в 12-часовом формате). Он работает, когда хотя бы одна из стрелок часов (минутная и/или часовая) находится между цифрами 1 и 2, или между цифрами 4 и 5, или между цифрами 7 и 8 (если какая-то стрелка показывает ровно на одну из этих цифр, в этот момент фонтан работает). Сколько всего времени в течение суток работает этот фонтан?

Задача 20. Найдите наибольшее двузначное число N такое, что произведение первых N натуральных чисел *не делится* нацело на сумму первых N натуральных чисел.